



A Qualitative Study of the Process of Cultivating Mathematical Thinking in Elementary School Students

Najmeh Hosseinieh Farahani¹, Keyvan Salehi²*, Masoumeh Sadat Abtahi¹, Mahdi Ashoori³

1. PhD Student in Curriculum Planning, Department of Educational Studies and Curriculum Planning, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
2. Associate Professor, Department of Methods, Educational Planning, and Curriculum, Faculty of Psychologys and Education, University of Tehran, Tehran, Iran (Corresponding Author).
3. Assistant Professor, Department of Educational Sciences, Farhangian University, Tehran, Iran.

❖ **Corresponding Author Email** keyvansalehi@ut.ac.ir

Research Paper

Receive: 2025/09/23
Accept: 2026/02/09
Initial Publish: 2026/02/14
Final Publish: 2026/06/22

Keywords:

Mathematical thinking, cultivation, grounded theory, elementary students, learning environment

Article Cite:

Farahani, N. H., Salehi, K., Abtahi, M. S., & Ashoori, M. (2026). A Qualitative Study of the Process of Cultivating Mathematical Thinking in Elementary School Students. *Sociology of Education*. 12(2): 1-19.

Abstract

Purpose: This study aimed to explain the process of cultivating mathematical thinking in elementary school students through developing a comprehensive conceptual model.

Methodology: This qualitative study employed a grounded theory approach. Participants were 16 experts in mathematics education, curriculum planning, and experienced elementary teachers selected through purposive–theoretical sampling. Data were collected via semi-structured interviews and analyzed using open, axial, and selective coding procedures.

Findings: Data analysis resulted in 598 open codes, 219 subcategories, and 42 main categories. The core category, “creating a thinking-centered learning environment,” emerged as the central mechanism influenced by causal, contextual, and intervening conditions. Key instructional strategies included problem-based learning, guided mathematical dialogue, multiple representations, and error-based learning, leading to multidimensional cognitive, academic, emotional, social, and long-term outcomes.

Conclusion: Cultivating mathematical thinking in elementary education is a systematic, multidimensional process that requires establishing a thinking-centered learning environment and integrating educational, cognitive, emotional, and contextual factors.



<https://doi.org/10.61838/kman.soc.706>



Creative Commons: CC BY 4.0

Detailed Abstract

Introduction

Mathematical thinking has increasingly been recognized as a core educational outcome that extends beyond procedural competence and algorithmic fluency toward higher-order cognitive processes such as reasoning, problem solving, generalization, representation, and critical judgment. Contemporary perspectives in mathematics education emphasize that mathematical thinking constitutes a multidimensional construct encompassing logical reasoning, creative thinking, conceptual understanding, and the ability to apply mathematical ideas in meaningful real-life contexts (Dreyfus & Eisenberg, 2012; Selden & Selden, 2005). This shift in emphasis reflects broader educational goals that prioritize learners' capacity to engage with complexity, uncertainty, and abstraction—skills that are indispensable in modern knowledge-based societies (Northcote & McIntosh, 2019; Wang & Abdullah, 2024). Consequently, the elementary school years are increasingly viewed as a foundational period for cultivating mathematical thinking, as early experiences with mathematics significantly shape learners' long-term cognitive development, attitudes, and engagement with the subject (Jordan et al., 2003; Morsanyi et al., 2018).

Research has shown that children's mathematical thinking develops through active engagement with problems, social interaction, language use, and representational tools rather than through passive reception of rules and procedures (Miyakawa et al., 2005; Van Oers, 2024). From this perspective, classroom environments that promote exploration, dialogue, and sense-making are essential for supporting the emergence of mathematical thinking. Studies grounded in sociocultural and constructivist theories emphasize the role of communicative tools, play, and guided interaction in enabling children to construct mathematical meaning (Fernández et al., 2018; Fouze & Amit, 2017). At the same time, affective dimensions such as motivation, beliefs, and anxiety have been identified as critical factors influencing students' engagement in mathematical thinking. Negative emotions and mathematics anxiety can inhibit reasoning and problem solving, whereas positive affect and self-efficacy support deeper cognitive involvement (Hannula, 2011; Hannula et al., 2018; Kargar et al., 2010).

Teachers play a pivotal role in shaping opportunities for mathematical thinking. Research on professional noticing highlights that teachers' ability to recognize, interpret, and respond to students' mathematical thinking is a key determinant of instructional quality (Jacobs et al., 2024; Kooloos et al., 2022). Teachers' beliefs about mathematics, their professional knowledge, and their capacity to orchestrate mathematical discourse directly influence how students engage with mathematical ideas (Bobis et al., 2005; Moscardini, 2014). In parallel, instructional strategies such as problem-based learning, use of multiple representations, strategic questioning, and discussion of errors have been shown to foster reasoning and conceptual understanding (Harel & Larry, 2005; Schoenfeld, 2017; Stupel & Ben-Chaim, 2017).

Technological developments have further expanded the landscape of mathematical thinking. Digital tools, coding environments, and educational games offer new possibilities for pattern recognition, abstraction, and exploratory learning (Calao et al., 2015; Miller, 2019; Soboleva et al., 2020). However, research cautions that technology alone does not guarantee enhanced thinking; its effectiveness depends on pedagogical integration and alignment with conceptual goals (Al-Barakat et al., 2025; Wu & Yang, 2022). Emerging discussions on the interaction between artificial intelligence and critical or mathematical thinking further underscore the need for coherent pedagogical frameworks that situate innovation within meaningful learning environments (Panit, 2025).

Despite the growing body of research, existing studies often focus on isolated variables—such as a specific instructional method, cognitive skill, or technological tool—rather than offering a holistic account of how mathematical thinking is cultivated in elementary education (Fyfe et al., 2019; Goos & Kaya, 2020). Bibliometric and systematic reviews suggest an increasing volume of research but also highlight the absence of integrative conceptual models that capture the dynamic interplay among contextual, instructional, cognitive, and affective factors (Abidin et al., 2025; Moher et al., 2009; Petticrew & Roberts, 2008). In particular, there is a need for qualitative, process-oriented studies that explain how mathematical thinking develops within real educational contexts and how various conditions and strategies interact over time (Monteleone et al., 2023; Torres-Peña et al., 2025).

Methods and Materials

This study adopted a qualitative research design using a grounded theory approach to explore the process of cultivating mathematical thinking in elementary school students. Participants consisted of 16 experts, including mathematics education scholars, curriculum specialists, and experienced elementary teachers. They were selected through purposive-theoretical sampling to ensure rich and relevant insights into the phenomenon under investigation. Data were collected through semi-structured interviews conducted over several months. Each interview lasted between 30 and 60 minutes and focused on participants' experiences, observations, and interpretations related to mathematical thinking in elementary classrooms.

The data analysis followed the systematic procedures of open, axial, and selective coding. During open coding, interview transcripts were examined line by line to identify initial concepts. These concepts were then grouped into subcategories and categories through axial coding, establishing relationships among conditions, actions, and consequences. Finally, selective coding was employed to integrate categories around a core category that represented the central process of cultivating mathematical thinking. To enhance trustworthiness, strategies such as member checking, peer debriefing, and audit trails were employed. Data saturation was achieved after 14 interviews, with two additional interviews conducted to confirm saturation.

Findings

The analysis resulted in the identification of a comprehensive model describing the process of cultivating mathematical thinking in elementary school students. In total, 598 open codes were generated, which were refined into 219 subcategories and 42 main categories. The core category emerging from the analysis was “creating a thinking-centered learning environment.” This core category functioned as the central mechanism through which all other conditions, strategies, and outcomes were connected.

Causal conditions influencing the cultivation of mathematical thinking included teachers' positive attitudes toward mathematics, their professional knowledge, curriculum flexibility, access to instructional resources, and the presence of a safe and participatory classroom climate. Contextual conditions comprised broader factors such as school culture, assessment systems, family support, opportunities for learning beyond school, dominant instructional discourse, and curriculum load. Intervening conditions—acting as facilitators or constraints—included professional collaboration among teachers, teachers' professional resilience, emotional-cognitive interactions with students, effective organization of learning content, alignment between home and school, opportunities for reflection on teaching practices, and cognitive guidance provided by teachers.

Instructional strategies identified in the model encompassed problem-based learning, activation of reasoning processes, guided mathematical dialogue, use of multiple representations, strategic questioning, error-based learning, design of open learning situations, and teachers' modeling of problem-solving processes. The implementation of these strategies within a thinking-centered environment led to multidimensional outcomes. These outcomes included cognitive gains such as improved reasoning and flexibility, academic improvements in conceptual understanding and problem solving, affective benefits such as increased confidence and reduced anxiety, social outcomes related to communication and collaboration, and long-term outcomes associated with lifelong learning and preparedness for future analytical challenges.

Discussion and Conclusion

The findings of this study demonstrate that cultivating mathematical thinking in elementary education is a complex, systemic process rather than a set of isolated instructional techniques. The emergence of “creating a thinking-centered learning environment” as the core category underscores the importance of viewing the classroom as an integrated ecosystem in which cognitive, emotional, instructional, and contextual factors interact dynamically. Mathematical thinking flourishes when learners are immersed in environments that value exploration, dialogue, and meaning-making rather than rote performance.

The identified causal, contextual, and intervening conditions highlight that efforts to enhance mathematical thinking cannot be limited to modifying teaching methods alone. Instead, sustainable development of mathematical thinking requires alignment among teachers' beliefs and knowledge, curriculum structures, assessment practices, school culture, and family involvement. The model illustrates how instructional strategies gain their effectiveness only when enacted within supportive environments that encourage risk-taking, acknowledge errors as learning opportunities, and foster reflective practice.

Moreover, the multidimensional outcomes identified in this study suggest that the benefits of cultivating mathematical thinking extend beyond immediate academic achievement. Enhanced reasoning, confidence, and adaptability contribute to students' long-term engagement with learning and their capacity to navigate complex, data-rich societies. By offering a grounded, empirically derived model, this study provides a coherent framework for understanding and supporting the cultivation of mathematical thinking in elementary

education. The model can inform curriculum design, teacher education, and school-level policies aimed at fostering deeper, more meaningful mathematical learning experiences for young learners.



جامعه‌شناسی آموزش و پرورش

مطالعه کیفی فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی

نجمه حسینی‌فراهانی^۱، کیوان صالحی^{۲*}، معصومه السادات ابطحی^۳، مهدی عاشوری^۳

۱. گروه مطالعات تربیتی و برنامه‌ریزی درسی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
۲. دانشیار، گروه روشها و برنامه‌های آموزشی و درسی، دانشکده روان‌شناسی و علوم تربیتی دانشگاه تهران، تهران، ایران (نویسنده مسئول).
۳. استادیار، گروه آموزش علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.

✦ ایمیل نویسنده مسئول: keyvansalehi@ut.ac.ir

مقاله تحقیقاتی	چکیده
دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱	هدف: هدف پژوهش حاضر تبیین فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی با تمرکز بر شرایط، راهبردها و پیامدهای آموزشی در قالب یک مدل مفهومی است.
پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۲۰	روش‌شناسی: این پژوهش با رویکرد کیفی و با استفاده از روش نظریه‌برخاسته از داده‌ها انجام شد. مشارکت‌کنندگان شامل ۱۶ نفر از متخصصان آموزش ریاضی، برنامه‌ریزی درسی و معلمان باتجربه دوره ابتدایی بودند که به روش نمونه‌گیری هدفمند-نظری انتخاب شدند. داده‌ها از طریق مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته گردآوری و با استفاده از کدگذاری باز، محوری و انتخابی تحلیل شدند.
انتشار اولیه: ۱۴۰۴/۱۱/۲۵	یافته‌ها: نتایج تحلیل داده‌ها به استخراج ۵۹۸ کد باز، ۲۱۹ مقوله فرعی و ۴۲ مقوله اصلی منجر شد. مقوله محوری «ایجاد محیط یادگیری تفکرمحور» شناسایی گردید که تحت تأثیر شرایط علی، زمینه‌ای و واسطه‌ای شکل می‌گیرد. راهبردهای کلیدی شامل آموزش مسئله‌محور، گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده، استفاده از بازنمایی‌های چندگانه و یادگیری مبتنی بر خطا بود که پیامدهایی چندبعدی در سطوح شناختی، تحصیلی، عاطفی، اجتماعی و بلندمدت ایجاد می‌کنند.
انتشار نهایی: ۱۴۰۵/۰۴/۰۱	نتیجه‌گیری: پرورش تفکر ریاضی در دوره ابتدایی فرایندی نظام‌مند و چندبعدی است که مستلزم ایجاد محیطی تفکرمحور و هم‌راستاسازی عوامل آموزشی، شناختی، عاطفی و محیطی می‌باشد.
واژگان کلیدی: تفکر ریاضی، پرورش، نظریه برخاسته از داده‌ها، دانش‌آموزان ابتدایی، محیط یادگیری	
استناد مقاله: حسینی‌فراهانی، نجمه، صالحی، کیوان، ابطحی، معصومه السادات، و عاشوری، مهدی. (۱۴۰۵). مطالعه کیفی فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی. جامعه‌شناسی آموزش و پرورش، ۱۲(۲): ۱۹-۱.	



<https://doi.org/10.61838/kman.soc.706>



Creative Commons: CC BY 4.0

مقدمه

تفکر ریاضی به‌عنوان یکی از بنیادی‌ترین ظرفیت‌های شناختی انسان، نقشی فراتر از یادگیری مفاهیم عددی و الگوریتمی ایفا می‌کند و به‌طور مستقیم با توانایی حل مسئله، استدلال منطقی، تعمیم، مدل‌سازی و تصمیم‌گیری در موقعیت‌های پیچیده زندگی روزمره پیوند خورده است. در ادبیات معاصر آموزش ریاضی، تفکر ریاضی نه صرفاً به‌عنوان یک مهارت درون‌رشته‌ای، بلکه به‌مثابه یک شایستگی کلیدی قرن بیست‌ویکم تلقی می‌شود که زیربنای یادگیری مادام‌العمر، مشارکت آگاهانه در جامعه دانش‌بنیان و مواجهه نقادانه با مسائل اجتماعی و فناورانه است (Northcote & McIntosh, 2019; Wang & Abdullah, 2024). از این منظر، آموزش ریاضی در دوره ابتدایی اهمیتی دوچندان می‌یابد، زیرا این دوره زمانی، مرحله‌ای حساس در شکل‌گیری ساختارهای شناختی، نگرشی و عاطفی مرتبط با یادگیری ریاضی به‌شمار می‌رود (Jordan et al., 2003; Morsanyi et al., 2018).

پژوهش‌های اخیر نشان می‌دهند که تفکر ریاضی یک سازه چندبعدی است که ابعادی چون حل مسئله، استدلال قیاسی و استقرایی، کار با بازنمایی‌های مختلف، تفکر خلاق، تفکر انتقادی و توانایی برقراری ارتباط ریاضی را دربرمی‌گیرد (Dreyfus & Eisenberg, 2012; Selden & Selden, 2005). این نگاه چندوجهی، رویکردهای سنتی آموزش ریاضی مبتنی بر حفظ رویه‌ها و تمرین‌های تکراری را به چالش کشیده و بر ضرورت حرکت به‌سوی آموزش فهم‌محور و تفکر‌محور تأکید دارد (Goos & Kaya, 2020; Schoenfeld, 2017). با این حال، علی‌رغم اجماع نظری درباره اهمیت تفکر ریاضی، همچنان شکاف معناداری میان تأکیدات نظری و واقعیت‌های عملی کلاس‌های درس، به‌ویژه در دوره ابتدایی، وجود دارد (Fyfe et al., 2019; Monteleone et al., 2023).

یکی از محورهای اصلی پژوهش در این حوزه، بررسی چگونگی شکل‌گیری تفکر ریاضی در سال‌های آغازین تحصیل است. شواهد نشان می‌دهد که کودکان از سنین پایین، از طریق بازی، تعامل اجتماعی و استفاده از ابزارهای نمادین و زبانی، به‌تدریج مفاهیم ریاضی را معناسازی می‌کنند (Miyakawa et al., 2005; Van Oers, 2024). در این چارچوب، بازی و فعالیت‌های مبتنی بر تجربه زیسته کودک، بستری طبیعی برای رشد تفکر منطقی و ریاضی فراهم می‌کنند و نقش ابزارهای ارتباطی و گفت‌وگومان کلاسی در این فرایند برجسته می‌شود (Fernández et al., 2018; Fouze & Amit, 2017). چنین دیدگاهی، آموزش ریاضی را از انتقال مستقیم دانش به فرایندی تعاملی، اجتماعی و معنامحور بازتعریف می‌کند.

در کنار ابعاد شناختی، پژوهش‌ها به‌طور فزاینده‌ای بر نقش عوامل عاطفی و نگرشی در تفکر ریاضی تأکید کرده‌اند. اضطراب ریاضی، نگرش منفی نسبت به ریاضیات و خودکارآمدی پایین، از جمله موانعی هستند که می‌توانند فرایند تفکر و یادگیری ریاضی را مختل کنند (Hannula, 2011; Hannula et al., 2018). مطالعات نشان داده‌اند که بین تفکر ریاضی، نگرش نسبت به ریاضیات و سطح اضطراب ریاضی رابطه‌ای معنادار وجود دارد و بی‌توجهی به این مؤلفه‌ها می‌تواند اثربخشی راهبردهای آموزشی را کاهش دهد (Er et al., 2023; Kargar et al., 2010). بنابراین، پرورش تفکر ریاضی مستلزم توجه هم‌زمان به ابعاد شناختی و عاطفی یادگیرندگان است.

نقش معلم در این میان، نقشی محوری و تعیین‌کننده تلقی می‌شود. معلمانی که توانایی «دیدن حرفه‌ای» تفکر ریاضی دانش‌آموزان را دارند، می‌توانند با تفسیر پاسخ‌ها، خطاها و راهبردهای فکری دانش‌آموزان، مداخلات آموزشی هدفمندتری طراحی کنند (Jacobs et al., 2024; Kooloos et al., 2022). پژوهش‌ها نشان می‌دهند که دانش ریاضی معلم، باورهای او درباره یادگیری، و توانایی‌اش در هدایت گفت‌وگوهای ریاضی، تأثیر مستقیمی بر کیفیت تفکر ریاضی دانش‌آموزان دارد (Bobis et al., 2005; Moscardini, 2014). از این رو، توسعه حرفه‌ای معلمان و تمرکز بر فهم تفکر دانش‌آموز، به‌عنوان یکی از پیش‌نیازهای اساسی پرورش تفکر ریاضی مطرح می‌شود.

در سال‌های اخیر، راهبردهای متنوعی برای تقویت تفکر ریاضی پیشنهاد شده‌اند. آموزش مسئله‌محور، استفاده از مسائل باز و چندپاسخی، و تأکید بر ارائه و مقایسه راه‌حل‌های مختلف، از جمله رویکردهایی هستند که می‌توانند تفکر استدلالی و انعطاف‌پذیری شناختی را تقویت کنند (Harel & Larry, 2005; Stupel & Ben-Chaim, 2017). همچنین، گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده و پرسش‌گری راهبردی، به‌عنوان ابزارهایی برای آشکارسازی و تعمیق تفکر دانش‌آموزان شناخته شده‌اند (McDonough et al., 2002; Schoenfeld, 2017). این راهبردها زمانی بیشترین اثربخشی را دارند که در بستری امن، مشارکتی و عاری از ترس از خطا اجرا شوند.

تحولات فناوریانه نیز افق‌های جدیدی را در آموزش تفکر ریاضی گشوده‌اند. مطالعات نشان می‌دهند که استفاده هدفمند از فناوری‌های دیجیتال، بازی‌های رایانه‌ای آموزشی، برنامه‌نویسی و محیط‌های تعاملی می‌تواند به توسعه الگویی، استدلال و تفکر انتزاعی کمک کند (Calao et al., 2015; Miller, 2019; Soboleva et al., 2020). با این حال، پژوهش‌ها تأکید می‌کنند که فناوری به‌تنهایی تضمین‌کننده پرورش تفکر ریاضی نیست و اثربخشی آن وابسته به طراحی آموزشی، نقش معلم و یکپارچگی با اهداف مفهومی درس است (Al-Barakat et al., 2025; Wu & Yang, 2022). حتی در مباحث نوظهوری مانند هم‌افزایی تفکر انتقادی و هوش مصنوعی، تأکید بر نقش هدایت‌گر معلم و چارچوب‌های تربیتی معنادار همچنان برجسته است (Panit, 2025).

با وجود گسترش پژوهش‌ها، مرور نظام‌مند ادبیات نشان می‌دهد که بخش قابل توجهی از مطالعات موجود یا بر یک بعد خاص از تفکر ریاضی تمرکز کرده‌اند، یا به بررسی تأثیر یک راهبرد آموزشی منفرد پرداخته‌اند (Goos & Kaya, 2020; Wang & Abdullah, 2024). در نتیجه، تصویر جامعی از فرایند پرورش تفکر ریاضی به‌عنوان یک نظام پویا و چندسطحی کمتر ارائه شده است. تحلیل‌های کتاب‌سنجی نیز نشان می‌دهد که اگرچه حجم پژوهش‌ها در این حوزه رو به افزایش است، اما نیاز به چارچوب‌های مفهومی یکپارچه همچنان احساس می‌شود (Abidin et al., 2025). این خلأ، به‌ویژه در زمینه دوره ابتدایی که بنیان‌های اولیه تفکر ریاضی شکل می‌گیرد، اهمیت بیشتری می‌یابد (Torres-Peña et al., 2025).

افزون بر این، بسیاری از پژوهش‌ها به تفکیک به مؤلفه‌های شناختی، عاطفی یا فناوریانه پرداخته‌اند، در حالی که شواهد حاکی از آن است که این مؤلفه‌ها در عمل به‌شدت درهم‌تنیده‌اند (Hannula et al., 2018; Monteleone et al., 2023). از سوی دیگر، مطالعات روش‌مند در حوزه آموزش ریاضی، بر ضرورت استفاده از چارچوب‌های تحلیلی شفاف و رویکردهای کیفی عمیق برای فهم فرایندهای پیچیده یادگیری تأکید دارند (Moher et al., 2009; Petticrew & Roberts, 2008). چنین رویکردهایی می‌توانند به کشف سازوکارهای پنهان و روابط علی میان عوامل مختلف مؤثر بر تفکر ریاضی کمک کنند.

در مجموع، مرور ادبیات نشان می‌دهد که پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی، فرایندی پیچیده، چندبعدی و وابسته به تعامل میان عوامل شناختی، عاطفی، آموزشی و محیطی است. با این حال، همچنان نیاز به پژوهش‌هایی احساس می‌شود که با نگاهی کل‌نگر، این فرایند را در قالب یک مدل مفهومی منسجم تبیین کنند و پیوند میان شرایط، راهبردها و پیامدها را به‌صورت نظام‌مند نشان دهند. بر این اساس، پژوهش حاضر با بهره‌گیری از رویکرد کیفی و با اتکا بر ادبیات معاصر آموزش ریاضی، در پی پاسخ به این پرسش اساسی است که فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی چگونه شکل می‌گیرد و چه سازوکارهایی آن را تسهیل یا محدود می‌کنند؛ هدف این مطالعه تبیین فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی و ارائه یک مدل مفهومی جامع مبتنی بر شواهد تجربی است.

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش به‌صورت کیفی و با استفاده از روش نظریه برخاسته از داده‌ها انجام شد. نظریه داده بنیاد نوعی از رویه کیفی است، که از سنت کنش متقابل نمادین و عملگرایی مشتق شده است. در روش داده بنیاد، الگو مستقیماً از داده‌هایی استخراج می‌شود که در جریان پژوهش بصورت منظم گردآوری و تحلیل شده‌اند. در روش اشتراوس و کربین، محقق از مدل پارادایمی استفاده می‌کند تا یک چارچوب نظری تولید کند. مدل پارادایمی در رویکرد اشتراوس و کربین، هر پدیده را با در نظر گرفتن شرایط علی (عواملی که به وقوع پدید منجر می‌شود)، شرایط زمینه (در بستری که پدید بوقوع می‌پیوندد)، شرایط واسطه‌ای (عوامل واسطه‌ای و مداخله‌گر که پدیده را تحت تأثیر قرار می‌دهد)، راهبردها (راهبردها و روشهای بروز پدیده) و پیامدها (آثار اجرای راهبردها و خروجی) بررسی می‌کند.

مشارکت‌کنندگان در این پژوهش شامل اساتید آموزش ریاضی و آموزش ابتدایی در دانشگاه‌ها که در برنامه ریزی درس و آموزش ابتدایی و آموزش ریاضی فعالیت‌های پژوهشی دارند بودند. بر این اساس ملاک انتخاب مشارکت‌کنندگان بدین شرح بود: ۱- در دسترس بودن ۲- دارای مدرک دکتری در رشته برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی، و آموزش ابتدایی و مدرس یکی از دانشگاه‌ها در زمینه برنامه ریزی درسی، آموزش ریاضی یا آموزش ابتدایی،

۳- آموزگاران با سابقه حداقل ۱۰ سال آموزش در دوره ابتدایی ۴- دبیران برجسته و با سابقه ریاضی دوره متوسطه اول و دوم. روش نمونه گیری هدفمند و نظری بود به این صورت که ابتدا افرادی که براساس ملاک‌های ورود حدس زده می‌شد اطلاعات و دانش مناسبی در زمینه تحقیق مد نظر دارند انتخاب شدند، و پس از مصاحبه و کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌ها خبرگان بعدی انتخاب شدند و این فرایند تا اشباع نظری (تکمیل مقوله‌های اصلی و فرعی) ادامه پیدا کرد.

با شکل‌گیری مقوله‌های اولیه، پژوهشگر جهت تکمیل و توصیف دقیق آنها، نمونه‌گیری را ادامه داده و زمانی که مقوله‌ها اشباع شد، کار نمونه‌گیری نیز به اتمام رسید. به عبارت دیگر، منطق نمونه‌گیری در مراحل پایانی، تکمیل مقوله‌ها بود. پژوهشگر با در نظر گرفتن اعتبار و قابلیت اطمینان داده‌ها، زمانی متوجه اشباع داده‌ها شد که مقوله‌ها به‌طور کامل شکل گرفته و داده‌های جدید، کمکی به انسجام مقوله‌های قبلی و یا شکل‌گیری مقوله‌های جدید نمی‌کرد و در تعداد ۱۴ مصاحبه اشباع نظری حاصل شد. لیکن پژوهشگر به‌منظور اطمینان از اشباع داده‌ها به تعداد ۲ مصاحبه دیگر اقدام نمود. لذا تعداد مصاحبه شوندهگان این تحقیق (حجم نمونه) ۱۶ نفر بوده است.

فرآیند مصاحبه‌ها به‌صورت نیمه‌ساختاریافته طراحی شد و در طول مدت زمان پنج ماه (دی ماه ۱۴۰۳ تا اردیبهشت ۱۴۰۴) با مشارکت‌کنندگان انجام شد. هر مصاحبه بین ۳۰ تا ۶۰ دقیقه طول کشید و تا زمانی که اشباع نظری حاصل شد، ادامه یافت؛ مصاحبه با شرکت‌کنندگان به صورت حضوری در دانشگاه‌ها، مدارس، محل اشتغال و فعالیت و با خبرگان در محل کار آنها انجام شد. در هنگام مصاحبه ابتدا موضوع و هدف تحقیق پیش از آغاز مصاحبه بیان شد و ضمن رعایت ملاحظه‌های اخلاقی و قبل از شروع هر مصاحبه، در مورد محرمانه ماندن اطلاعات و ضبط مصاحبه‌ها برای مشارکت‌کنندگان توضیح داده می‌شد. سپس در صورت تمایل به شرکت در مطالعه، رضایت نامه آگاهانه تکمیل گردید. بعد از اولین مصاحبه، تجزیه و تحلیل آن انجام شد و با توجه به یافته‌های حاصل از مصاحبه اول، مصاحبه‌های دیگر به روش نمونه‌گیری نظری صورت پذیرفت که این روند تا مرحله اشباع داده‌ها ادامه داشت. کدگذاری این تحقیق به‌صورت دستی و طی مرحله کدگذاری باز، محوری و انتخابی انجام شد.

اصول اخلاقی مد نظر در پژوهش حاضر به این صورت بود: ۱- در ابتدای مصاحبه شرکت‌کنندگان از اهداف و اهمیت پژوهش، روش مصاحبه و محرمانه بودن اطلاعاتشان آگاه شدند. ۲- اختیاری بودن شرکت در مطالعه و رضایت آگاهانه شرکت‌کنندگان کسب شد. ۳- حریم خصوصی مصاحبه‌شوندگان و محرمانه بودن مشخصات آنها با اختصاص کد به هر یک از آنها رعایت شد. ۴- از آغاز مصاحبه سعی شد با رفتار حرفه‌ای و دوستانه در مصاحبه شونده‌ها احساس راحتی ایجاد شود. ۵- در زمان مصاحبه پژوهشگر سعی کرد بیشتر شنونده باشد. ۶- مصاحبه‌های توری برنامه‌ریزی شد که با برنامه‌های کاری و استراحت مشارکت‌کنندگان تداخلی نداشته باشد.

در این پژوهش برای افزایش روایی، سه راهبرد اصلی به کار گرفته شد: ۱) طراحی نظام‌مند ابزار گردآوری اطلاعات که شامل پرسش‌های دقیق و مرتبط با موضوع تحقیق بود، ۲) انتخاب مشارکت‌کنندگان از میان خبرگان با تجربه در زمینه انگیزه خدمت عمومی و ۳) زاویه‌بندی پژوهشگر، به‌طوری‌که تمامی داده‌های استخراج‌شده از مصاحبه‌ها به مشارکت‌کنندگان بازگشت داده شد تا نظرات خود را در خصوص صحت و تکمیل اطلاعات ارائه دهند. برای محاسبه پایایی، از شاخص ثبات (پایایی بازآزمون) و شاخص تکرارپذیری (پایایی بین دو کدگذار) استفاده شد که نتایج حاصل از این شاخص‌ها در جداول ۱ و ۲ ارائه شده است. این نتایج به‌طور کلی نشان‌دهنده اعتبار و دقت در کدگذاری داده‌ها و هم‌راستایی تحلیل‌های انجام‌شده است.

جدول ۱. محاسبه پایایی بازآزمون (شاخص ثبات)

ردیف	کد مصاحبه	تعداد کل کدها	تعداد توافقات	تعداد عدم توافقات	پایایی باز آزمون (%)
۱	P04	۳۸	۲۷	۱۱	۰/۷۲
۲	P08	۴۶	۳۴	۱۲	۰/۷۴
۳	P12	۲۷	۲۲	۵	۰/۸۲
۴	P16	۵۴	۴۰	۱۴	۰/۷۶
کل		۱۶۵	۱۲۳	۴۲	۰/۷۵

جدول ۲ بیانگر میزان ثبات کدگذاری‌ها در بازآزمون است؛ یعنی سنجشی از اینکه اگر مجموعه‌ای از داده‌های یک مصاحبه دوباره و در زمانی دیگر کدگذاری شود، تا چه اندازه نتایج مشابه خواهند بود. بررسی چهار مصاحبه انتخاب‌شده برای بازآزمون نشان می‌دهد که میزان توافق میان دو نوبت کدگذاری، در محدوده قابل قبول پژوهش‌های کیفی قرار گرفته است. مصاحبه P12 با پایایی ۸۲ درصد بالاترین مقدار ثبات را دارد و نشان می‌دهد که مفاهیم استخراج‌شده از این مصاحبه از وضوح و انسجام معناداری برخوردار بوده‌اند. سایر مصاحبه‌ها نیز با پایایی بین ۷۲ تا ۷۶ درصد در سطح مطلوب قرار گرفته‌اند و این دامنه نشان می‌دهد که ساختار تحلیل داده‌ها به‌گونه‌ای بوده که تغییر زمان یا شرایط تحلیل باعث نوسان در نتایج نشده است. در مجموع، از میان ۱۶۵ کد بررسی‌شده، تعداد ۱۲۳ توافق و تنها ۴۲ عدم توافق ثبت شده است که پایایی کلی ۷۵ درصد را ایجاد می‌کند؛ عددی که در استانداردهای روش تحقیق کیفی نشان‌دهنده ثبات مناسب و دقت قابل قبول در فرآیند تحلیل محتواست. به طور کلی، این جدول تأیید می‌کند که کدگذاری بر اساس گام‌های هفت‌مرحله‌ای روش کلایزی با انسجام و سازگاری کافی انجام شده و یافته‌ها از پایداری مفهومی برخوردارند.

جدول ۲. محاسبه پایایی بین کدگذاران (شاخص تکرار)

ردیف	کد مصاحبه	تعداد کل کدها	تعداد توافقات	تعداد عدم توافقات	پایایی بین دو کدگذار (%)
۱	P02	۵۲	۴۱	۱۱	۰/۷۹
۲	P04	۴۰	۳۲	۸	۰/۸۰
۳	P06	۳۴	۲۴	۱۰	۰/۷۱
۴	P07	۶۳	۴۸	۱۵	۰/۷۶
۵	P10	۳۰	۲۴	۶	۰/۸۰
۶	P12	۲۸	۲۲	۶	۰/۷۹
۷	P14	۵۴	۴۲	۱۲	۰/۷۸
۸	P15	۳۵	۲۷	۸	۰/۷۷
	کل	۳۳۶	۲۶۰	۷۶	۰/۷۷

جدول ۳ میزان تکرارپذیری کدگذاری را بر اساس توافق میان دو کدگذار مستقل نشان می‌دهد؛ معیاری بنیادی برای اطمینان از اینکه تحلیل داده‌ها صرفاً حاصل برداشت شخصی یک پژوهشگر نیست و از تعریف‌های مشترک، چارچوب مفهومی واحد و دستورالعمل کدگذاری مشخص پیروی می‌کند. نتایج هشت مصاحبه بررسی‌شده نشان می‌دهد که توافق میان کدگذاران بین ۷۱ تا ۸۰ درصد در نوسان است؛ دامنه‌ای که در ادبیات پژوهش کیفی به‌عنوان “مطلوب و قابل استناد” شناخته می‌شود. بیشترین میزان پایایی مربوط به مصاحبه‌های P04 و P10 با مقدار ۸۰ درصد است که بیانگر انسجام ساختار بیانی و وضوح مفاهیم در این مصاحبه‌هاست. پایین‌ترین مقدار توافق یعنی ۷۱ درصد نیز متعلق به مصاحبه P06 است، اما همچنان نشان‌دهنده پایایی قابل قبول است. در مجموع، از میان ۳۳۶ کد تحلیل‌شده، تعداد ۲۶۰ توافق و تنها ۷۶ عدم توافق میان دو تحلیل‌گر ثبت شده است. پایایی کلی ۷۷ درصد که از این مجموعه استخراج شده، تأکیدی بر معتبر بودن فرآیند کدگذاری، تعریف دقیق مقوله‌ها و هم‌خوانی برداشت‌ها و ارزیاب از داده‌هاست. این سطح از تکرارپذیری بیانگر آن است که مدل استخراج‌شده از مصاحبه‌ها، مبتنی بر ساختار تحلیلی شفاف و قابل بازتولید است و از اتکالپذیری علمی لازم برای استفاده در پژوهش برخوردار می‌باشد.

یافته‌های پژوهش

پیش از پرداختن به تجزیه و تحلیل داده‌های کیفی، ابتدا مشخصات جمعیت‌شناختی مصاحبه‌شوندگان در جدول زیر ارائه می‌گردد.

جدول ۳: مشخصات مصاحبه‌شوندگان

شماره مصاحبه‌شونده	جنسیت	میزان تحصیلات	تخصص
۱	مرد	فوق لیسانس	معلم ابتدایی
۲	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ریاضی
۳	زن	دکتری	عضو هیأت علمی برنامه ریزی درسی
۴	مرد	لیسانس	معلم ابتدایی
۵	زن	فوق لیسانس	معلم ابتدایی
۶	مرد	دکتری	دبیر ریاضی
۷	زن	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ابتدایی
۸	مرد	دکتری	معلم پژوهنده
۹	مرد	فوق لیسانس	دبیر ریاضی
۱۰	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ریاضی
۱۱	زن	دکتری	معلم پژوهنده
۱۲	مرد	فوق لیسانس	آموزگار ابتدایی
۱۳	زن	دکتری	عضو هیأت علمی آموزش ریاضی
۱۴	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی علوم تربیتی
۱۵	زن	فوق لیسانس	مدرس ریاضی
۱۶	مرد	دکتری	عضو هیأت علمی گروه ریاضی

کدگذاری باز از نظر اسپیگل^۱ (۱۹۹۴) عبارت است از فرآیند خرد کردن داده‌ها به واحدهای مفاهیم به عنوان یک قاعده، این فرآیند با مکتوب سازی مصاحبه آغاز و پس از آن، تحلیل خط به خط متن حاصل انجام می‌شود. در این مرحله، کلمات کلیدی و عباراتی که با نظر پاسخ دهندگان مرتبط بودند، شناسایی شد. این فرآیند به منظور مفهوم سازی اولیه انجام شد که شامل شناسایی مجموعه مفاهیم یا واحدهای داده‌ای مربوط به شرایط، انگیزه، عوامل موثر، راهبردها و پیامدهای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی می‌باشد. در ادامه، داده‌های حاصل از مصاحبه‌های عمیق، به صورت باز کدگذاری شد. در این بخش کدگذاری بر روی فایل متنی این داده‌ها انجام و خلاصه نتایج گردآوری شد تا کار برای پاسخگویی به سؤالات پژوهش آغاز شود. خلاصه نتایج این مرحله در پیوست رساله ارائه شده است. در فرایند کدگذاری باز تلاش بر این بوده است که نکات کلیدی و مورد تأکید مشارکت کنندگان از مصاحبه‌ها استخراج گردد. این نکات ۶۴۱ کد را تشکیل داد. بررسی دقیقتر این کدهای شناسایی شده مشخص نمود که بسیاری از کدها اگرچه با اصطلاحات و تعابیر متفاوت گفته شده اند، بر اساس سؤالات پژوهشی مطرح شده در این مطالعه، دارای مفهوم یکسانی هستند. از این رو، این کدها اصلاح گردید و ۵۱۳ کد به عنوان محصول نهایی کدگذاری باز استخراج شد.

کدگذاری محوری

کدگذاری محوری شامل حرکت به سوی سطح بالاتر از انتزاع است که با تعیین روابط و طبقه‌بندی اصلی یا سازه‌ای حاصل می‌گردد که سایر مفاهیم حول آن می‌گردند. کدگذاری محوری عبارت است از تأیید مفاهیم بر مبنای روابط پویای آنها. این مفاهیم، مبنای تشکیل تئوری هستند (گلدینگ، ۲۰۰۰). طی کدگذاری، محوری، بین طبقات و طبقات فرعی ارتباط برقرار می‌شود. در این مرحله، داده‌ها از طریق برقراری ارتباط بین طبقات به شیوه‌ای جدید کنار هم قرار می‌گیرند. این پژوهش، سعی شد با کشف این مفاهیم، درکی از شرایط علی، شرایط زمینه‌ای، شرایط واسطه‌ای، راهبردها و پیامدهای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی حاصل گردد و سؤالات پژوهش در ارتباط با شرایط علی، شرایط زمینه‌ای، شرایط واسطه‌ای، راهبردها و پیامدهای پرورش تفکر

^۱ Spiegel

ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی پاسخ داده شود؛ به طور کلی، با تحلیل‌های انجام شده در این مرحله، دستیابی به موارد زیر در ارتباط با پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی امکان پذیر شد: نتایج کدگذاری محوری در جدول پیوست ۱ ارائه شده است.

کدگذاری انتخابی

در کدگذاری باز و محوری، مدل پارادایمی شرایط علی، شرایط زمینه‌ای، شرایط واسطه‌ای، راهبردها و پیامدهای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی توسعه داده شد؛ مطابق با رویکرد استراوس و کوربین (۱۹۹۲) کدگذاری انتخابی، نتایج گام‌های قبلی به کار برده شد، مقوله محوری تعیین می‌شود ارتباط بین مقوله محوری به شکلی نظام‌مند با سایر مقوله‌ها ارتباط داده می‌شود و تئوری شکل می‌گیرد (استراوس و کوربین، ۱۹۹۱). این کار براساس الگوی شناسایی شده مقوله محوری و ارتباط آن با شرایط علی، شرایط محوری، شرایط زمینه‌ای، شرایط مداخله‌گر، راهبردها و پیامدها مشخص شد که هر کدام دارای ترسیم گردید.

مقوله محوری

مقوله محوری "ایجاد محیط یادگیری تفکر محور" به عنوان کانون نظریه‌پردازی این مدل انتخاب شده است، زیرا تمامی مضامین و مقوله‌های شناسایی شده — اعم از شرایط علی مانند نگرش و دانش حرفه‌ای معلم، شرایط زمینه‌ای مانند فرهنگ مدرسه و حمایت خانواده، شرایط مداخله‌گر مانند هدایت شناختی و پایداری معلم، راهبردهای عینی مانند آموزش مسئله‌محور و گفت‌وگوی هدایت‌شده، و پیامدهای چندبعدی شناختی و عاطفی تنها هنگامی معنا و ارتباط علی منسجم پیدا می‌کنند که در چارچوب ایجاد و استقرار یک محیط هدفمند تعریف شوند. این محیط، یک سازه پویا و کل‌نگر است که به عنوان بستر ضروری و مکانیسم علی اصلی، امکان تبدیل ویژگی‌های فردی و سیستمی (شرایط) به کنش‌های آموزشی مؤثر (راهبردها) و در نهایت دستیابی به نتایج مطلوب (پیامدها) را فراهم می‌سازد. انتخاب این مقوله به عنوان محور، از آن‌رو علمی و قابل دفاع است که پرورش تفکر ریاضی، به‌ویژه در سنین ابتدایی، فرآیندی منفعل و انتقالی نیست، بلکه نیازمند بستری اکولوژیک است که در آن زبان، تعاملات، منابع، ارزش‌ها و انتظارات به‌طور نظام‌مند حول محور «تفکر» بازطراحی شده‌اند؛ بدون چنین محیطی، حتی برترین راهبردها به صورت جزیره‌ای و بی‌ثمر عمل خواهند کرد. بنابراین، «ایجاد محیط یادگیری تفکر محور» نه تنها پیونددهنده منطقی تمامی اجزای مدل است، بلکه نقطه اثرگذاری عملی و اهرم تغییر برای دستیابی به هدف غایی پرورش تفکر ریاضی محسوب می‌شود.

شرایط علی

منظور از شرایط علی، رویدادها و عواملی هستند که پدیده مورد نظر را شکل می‌دهند و به توضیح اینکه چرا و چگونه افراد به آن واکنش نشان می‌دهند کمک می‌کنند. در این میان، شرایط علی، آن دسته از عوامل و رویدادهایی هستند که مستقیماً بر پدیده تأثیرگذارند. بر اساس تحلیل داده‌های حاصل از مصاحبه‌ها، شرایط علی مؤثر بر پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی، در قالب ۵ مقوله اصلی و ۲۵ مقوله فرعی شناسایی شده‌اند. این مقوله‌ها شامل: نگرش معلم به ریاضی (باور به فهم‌محوری، پذیرش خطای سازنده، نگاه مسئله‌محور، ارزش‌گذاری بر تفکر، تمایل به مشارکت‌جویی)، دانش حرفه‌ای معلم (تسلط مفهومی ریاضی، آگاهی شناختی یادگیرنده، طراحی راهبردهای آموزشی، تحلیل خطای مفهومی، تسلط بر بازنمایی‌ها)، انعطاف در برنامه درسی (فرصت تجربه‌آفرینی، زمان کشف و گفت‌وگو، گشودگی به خلاقیت، ترکیب محتوا و زندگی، تنوع در روش‌های اجرا)، دسترسی به ابزار و منابع آموزشی (ابزارهای دست‌ورزی، منابع دیجیتال ریاضی، وسایل بازنمایی عددی، دسترسی به نمودار و جدول، ابزارهای محیط واقعی)، و فضای یادگیری امن و مشارکتی (امنیت روانی یادگیرنده، گفت‌وگوی ریاضی آزاد، ساختار کلاس تعاملی، مشارکت در یادگیری، بازخورد سازنده فردی) می‌باشد.

شرایط زمینه‌ای

شرایط زمینه‌ای، شرایطی است که راهبردها درون آن به اداره پدیده می‌پردازند. شرایط واسطه‌ای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی شامل فرهنگ آموزشی مدرسه (فضای تفکر محور، رویکرد فهم‌محور، پذیرش خطا، تشویق به کاوش، هدایت غیرمستقیم)؛ نظام ارزشیابی آموزشی (ارزشیابی فرایندی،

بازخورد توصیفی، تنوع ابزار سنجش، کاهش اضطراب آزمون، ارزشیابی یادگیرنده محور؛ حمایت خانواده و نگرش والدین (نگرش مثبت والدین، درگیری آموزشی والدین، باور به توانایی کودک، گفت‌وگوی خانگی ریاضی، تشویق به حل مسئله)؛ فرصت‌های یادگیری خارج از مدرسه (بازی‌های ریاضی، تجربه‌های واقعی، دسترسی دیجیتالی، کارگاه‌های ریاضی، فعالیت‌های تقویتی بیرونی)؛ زبان و گفتمان آموزشی غالب (زبان اکتشافی، گفت‌وگوی ریاضی، طرح پرسش دانش‌آموز، شفاف‌سازی مفاهیم، پرهیز از زبان ترس‌آور) و حجم و تراکم محتوای درسی (تراکم محتوای پایین، زمان کافی تمرین، کاهش تکالیف تکراری، تعادل محتوا و مهارت، برنامه‌ریزی انعطاف‌پذیر) می‌باشد. کدهای نهایی تحت شرایط واسطه‌ای به ۶ مقوله اصلی و ۳۰ مقوله فرعی طبقه‌بندی شدند.

شرایط واسطه‌ای

شرایط واسطه‌ای، اثر شرایط علی بر پدیده مورد مطالعه یعنی «پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی» را تحت تأثیر قرار داده و اجرای راهبردهای آموزشی را یا تسهیل و تسریع می‌کند یا به عنوان مانع، فرایند تحقق آن را با تأخیر مواجه می‌سازد. در این پژوهش، متغیرهای شناسایی شده در سطح شرایط واسطه‌ای شامل تعامل حرفه‌ای آموزشی (همکاری بین معلمی، تبادل تجربه آموزشی، گفت‌وگوی علمی پیرامون آموزش ریاضی، برنامه‌ریزی گروهی درسی، نظارت همتایان آموزشی)؛ پایداری حرفه‌ای معلم (پشتکار در تغییر روش، تعهد به رشد حرفه‌ای، پذیرش چالش‌های آموزشی، علاقه به بهبود یادگیری، تاب‌آوری در برابر موانع، پویایی حرفه‌ای در تدریس)؛ تعامل عاطفی-شناختی با دانش‌آموز (احترام به تفاوت‌های فردی، تشویق و حمایت کلامی، ایجاد احساس تعلق، درک هیجانات یادگیری، رابطه اعتمادآمیز، همدلی با دشواری‌های دانش‌آموز)؛ سازماندهی محتوای یادگیری (توالی مفهومی مناسب، درجه‌بندی دشواری مسائل، ادغام فعالیت‌های کاوش محور، تنوع بازنمایی‌ها، ترکیب مهارت و محتوا، سازگاری با سطح درک دانش‌آموز)؛ هم‌راستایی خانه و مدرسه (گفت‌وگوی خانه و مدرسه، حمایت والدین از تکالیف مفهومی، ارزش‌گذاری خانوادگی بر یادگیری عمیق، درک نقش والدین در پرورش تفکر، تشویق فرزند به پرسشگری)؛ فرصت تأمل و اصلاح تدریس (بازنگری مستمر تدریس، تحلیل خطاهای آموزشی، ارزیابی فرآیند یادگیری، یادگیری از بازخورد هم‌تا، مستندسازی تجربه‌های تدریس، تجدیدنظر در راهبردها، یادگیری از شکست‌های کلاسی) و هدایت شناختی معلم (پرسش‌گری راهبردی، استفاده از بازنمایی‌های شناختی، راهبری درک مفهومی، ایجاد پل بین دانش قبلی و جدید، الگوسازی حل مسئله) می‌باشد. کدهای نهایی تحت شرایط واسطه‌ای به ۷ مقوله اصلی و ۴۱ مقوله فرعی طبقه‌بندی شدند.

راهبردهای پرورش تفکر ریاضی

هدف این بخش تشریح راهبردها و اقدامات است. این راهبردها و اقدامات در واقع طرح‌ها و کنش‌هایی است که باید نظام آموزشی برای پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی به کار بندند. در زیر مفاهیم و مقوله‌های مرتبط با این بعد از مدل ارائه شده است که شامل آموزش مسئله‌محور (مسائل چندمرحله‌ای، مسائل چندپاسخی، مسائل غیرروتین، ارتباط با زندگی واقعی، تأکید بر فرآیند)؛ فعال‌سازی تفکر استدلالی (ارائه توجیه، استدلال استقرایی، استدلال قیاسی، نقد استدلال دیگران، اثبات ساده)؛ گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده (فرهنگ پرسشگری، گوش دادن فعال، بیان واضح افکار، بحث‌های کلاسی ساختاریافته)؛ استفاده از بازنمایی‌های چندگانه (بازنمایی فیزیکی-تصویری، بازنمایی کلام، بازنمایی نمادین، ارتباط بین بازنمایی‌ها)؛ پرسش‌گری راهبردی معلم (پرسش‌های سلسله‌مراتبی، پرسش‌های باز، پرسش‌های فرآیندمحور، پرسش‌های توضیح‌طلب)؛ پیشبرد یادگیری مبتنی بر خطا (عادی‌سازی اشتباه، تحلیل خطاها، فرصت بازاندیشی)؛ طراحی موقعیت‌های یادگیری باز (فعالیت‌های بازپاسخ، پروژه‌های تحقیقی، طرح مسئله توسط دانش‌آموز) و الگوسازی حل مسئله توسط معلم (شفافیت فرآیند تفکر، مدیریت بن‌بست فکری، نمایش پشتکار فکری) می‌باشد. کدهای نهایی تحت راهبردها به ۸ مقوله اصلی و ۳۴ مقوله فرعی طبقه‌بندی شدند.

پیامدهای پرورش تفکر ریاضی

هدف این بخش، شناسایی پیامدهای ناشی از پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی است. این پیامدها شامل شناختی-ذهنی (استدلال منطقی، تفکر تحلیلی، انعطاف‌پذیری شناختی، پردازش اطلاعات ریاضی، درک ساختار مسئله، تعمیم‌سازی مفاهیم، بازنمایی ذهنی اعداد)؛ تحصیلی-آموزشی (درک عمیق مفاهیم، حل مسئله نوظهور، کاربرد بین‌رشته‌ای ریاضی، ارتقای مهارت محاسباتی، بهبود کیفیت یادگیری، مشارکت در فرایند یاددهی-یادگیری)؛

روان‌شناختی-عاطفی (اعتمادبه‌نفس ریاضی، تاب‌آوری شناختی، کاهش اضطراب ریاضی، انگیزش درونی یادگیری، نگرش رشدپذیری، علاقه به تفکر ریاضی)؛ اجتماعی-زندگی (ارتباط مؤثر ریاضی، تصمیم‌گیری آگاهانه، تعامل در یادگیری گروهی، دفاع از استدلال، مسئولیت‌پذیری یادگیری)؛ و بلندمدت و آینده‌محور (یادگیری مادام‌العمر، پایه‌ریزی تفکر علمی، تقویت سواد دیجیتال، آمادگی برای حل مسئله در زندگی، توانمندی در شغل‌های تحلیلی آینده، مشارکت مؤثر در جامعه داده‌محور) می‌باشد. کدهای نهایی مرتبط با پیامدها به ۵ مقوله اصلی و ۳۰ مقوله فرعی طبقه‌بندی شدند.

فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی

شکل ۱ مدل شرایط علی، شرایط زمینه‌ای، شرایط واسطه‌ای، راهبردها و پیامدهای پرورش تفکر ریاضی را با مقوله محوری «ایجاد محیط یادگیری تفکرمحور نشان می‌دهد که برگرفته از داده‌های حاصل از کدگذاری به روش گراند تئوری می‌باشند.

مقوله محوری «ایجاد محیط یادگیری تفکرمحور» به عنوان یک سازه پویا و چندبعدی تعریف می‌شود که در آن همه عناصر فیزیکی، اجتماعی، شناختی و عاطفی، به گونه‌ای هم‌سو می‌شوند که فرآیند تفکر به هسته مرکزی تمام تعاملات تبدیل گردد. این محیط یک اکوسیستم تعاملی است که بر اساس نظریه‌های شناختی-اجتماعی، «منطقه تقریبی رشد» را گسترش داده و در آن پرسش، گفت‌وگو، بازنمایی‌های چندگانه و خطای سازنده، به ترتیب به عنوان موتور محرک، بستر تبادل، زبان مشترک و داده‌ی یادگیری عمل می‌کنند. شکل‌گیری این محیط مستلزم وجود پیش‌نیازهای ضروری یا **شرایط علی** است؛ عواملی مانند نگرش فهم‌محور معلم، دانش حرفه‌ای او، انعطاف برنامه درسی، دسترسی به منابع و تأمین امنیت روانی، که در غیاب آنها ایجاد چنین محیطی اساساً غیرممکن می‌گردد.

اثرگذاری و پایداری این محیط در گرو شرایط زمینه‌ای گسترده‌تری است که بستر عمل آن را فراهم می‌کنند؛ عواملی مانند فرهنگ حاکم بر مدرسه، نظام ارزشیابی فرآیندی، حمایت خانواده و حجم متعادل محتوای درسی که می‌تواند به عنوان تقویت‌کننده یا بازدارنده، دامنه و ثبات محیط تفکرمحور را تنظیم نمایند. در عین حال، شرایط مداخله‌گر (یا واسطه‌ای) همچون پایداری حرفه‌ای معلم، هدایت شناختی و هم‌راستایی خانه و مدرسه، به عنوان مکانیسم‌های اجرایی و کاتالیزور عمل کرده، کارایی تبدیل شرایط علی به محیط مطلوب را افزایش یا کاهش می‌دهند. درون این محیط طراحی و استقرار یافته، راهبردهای عملیاتی مانند آموزش مسئله‌محور، فعال‌سازی تفکر استدلالی و گفت‌وگوی هدایت‌شده متجلی می‌شوند که خود هم شکل‌دهنده کیفیت محیط هستند و هم در بستر آن معنا پیدا می‌کنند. در نهایت، اجرای موفق این راهبردها در چارچوب محیط یادگیری تفکرمحور، به بروز پیامدهای ملموس و چندسطحی منجر می‌شود؛ دستاوردهایی در حیطه‌های شناختی (مانند استدلال منطقی)، عاطفی (مانند اعتمادبه‌نفس ریاضی)، اجتماعی و بلندمدت که در نقش متغیرهای وابسته، موفقیت کل سیستم را اعتبارسنجی می‌کنند. بنابراین، این مدل پارادایمی نشان می‌دهد که «ایجاد محیط یادگیری تفکرمحور» صرفاً یک مقوله مرکزی نیست، بلکه مکانیسم علی کلیدی و متغیر میانی ضروری است که شرایط بنیادین از طریق آن اثر می‌گذارند، راهبردها در قالب آن عینیت می‌یابند و پیامدهای مطلوب توسط آن محقق می‌گردند.



شکل ۱. مدل مفهومی فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان ابتدایی

بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان داد که فرایند پرورش تفکر ریاضی در دانش‌آموزان دوره ابتدایی، فرایندی خطی و تک‌بعدی نیست، بلکه در قالب یک نظام پویا و چندسطحی از تعامل میان شرایط علی، زمینه‌ای، واسطه‌ای، راهبردهای آموزشی و پیامدهای چندگانه شکل می‌گیرد. مقوله محوری استخراج‌شده با

عنوان «ایجاد محیط یادگیری تفکر محور» نشان می‌دهد که تفکر ریاضی تنها در صورتی امکان بروز و رشد دارد که کلاس درس از یک فضای انتقال دانش به بستری برای معنا سازی، گفت‌وگو، تجربه، خطای سازنده و استدلال تبدیل شود. این یافته با دیدگاه‌هایی همسو است که تفکر ریاضی را یک کنش اجتماعی-شناختی می‌دانند و بر نقش بافت یادگیری و تعاملات کلاسی در شکل‌گیری آن تأکید می‌کنند (Dreyfus & Eisenberg, 2012; Van Oers, 2024). در این چارچوب، محیط یادگیری نه صرفاً یک زمینه خنثی، بلکه یک مکانیسم علی فعال است که سایر عوامل از طریق آن اثرگذاری خود را اعمال می‌کنند.

در سطح شرایط علی، نتایج پژوهش حاضر نشان داد که نگرش معلم به ریاضیات، دانش حرفه‌ای او، انعطاف برنامه درسی، دسترسی به منابع و وجود فضای امن و مشارکتی، پیش‌نیازهای اساسی برای پرورش تفکر ریاضی هستند. این یافته‌ها با مطالعاتی هم‌راستا است که نشان می‌دهند باورهای معلم درباره ماهیت ریاضی و یادگیری آن، به‌طور مستقیم بر نوع فعالیت‌های کلاسی، سطح پرسش‌گری و فرصت‌های تفکر دانش‌آموزان اثر می‌گذارد (Hannula, 2011; Kargar et al., 2010). همچنین، پژوهش‌های مرتبط با دانش حرفه‌ای معلم تأکید می‌کنند که توانایی معلم در درک تفکر دانش‌آموز و تفسیر خطاهای مفهومی، شرط لازم برای طراحی مداخلات آموزشی اثربخش است (Jacobs et al., 2024; Kooloos et al., 2022). از این منظر، یافته‌های پژوهش حاضر تأیید می‌کند که بدون تحول در نگرش و دانش معلم، تلاش برای تقویت تفکر ریاضی به سطحی صوری و کم‌اثر محدود خواهد شد.

نتایج مربوط به شرایط زمینه‌ای نشان داد که فرهنگ مدرسه، نظام ارزشیابی، حمایت خانواده، فرصت‌های یادگیری خارج از مدرسه، زبان و گفتمان آموزشی و تراکم محتوای درسی، بستر کلان پرورش تفکر ریاضی را شکل می‌دهند. این یافته‌ها با پژوهش‌هایی همخوان است که بر نقش ساختارهای نهادی و فرهنگی در یادگیری ریاضی تأکید دارند (Goos & Kaya, 2020; Northcote & McIntosh, 2019). به‌ویژه، تأکید بر ارزشیابی فرایندی و توصیفی در این پژوهش، با مطالعاتی همسو است که نشان می‌دهند فشار آزمون‌های نمره‌محور می‌تواند اضطراب ریاضی را افزایش داده و تفکر عمیق را تضعیف کند (Er et al., 2023; Hannula et al., 2018). همچنین، نقش زبان آموزشی و گفتمان کلاس در یافته‌های این پژوهش، مؤید نتایج مطالعاتی است که نشان می‌دهند زبان اکتشافی و گفت‌وگو محور می‌تواند به درک مفهومی و توسعه تفکر ریاضی کمک کند، به‌ویژه در سال‌های ابتدایی (Bermejo et al., 2021; Fernández et al., 2018).

در سطح شرایط واسطه‌ای، پژوهش حاضر نشان داد که عواملی مانند تعامل حرفه‌ای معلمان، پایداری حرفه‌ای، تعامل عاطفی-شناختی با دانش‌آموز، سازماندهی محتوای یادگیری، هم‌راستایی خانه و مدرسه، فرصت تأمل و هدایت شناختی معلم، نقش تسهیل‌کننده یا بازدارنده در تحقق محیط یادگیری تفکر محور دارند. این یافته‌ها با پژوهش‌هایی همسو است که نقش جوامع یادگیری حرفه‌ای معلمان و بازان‌دیشی مستمر تدریس را در ارتقای کیفیت آموزش ریاضی برجسته کرده‌اند (Bobis et al., 2005; McDonough et al., 2002). همچنین، تأکید بر تعامل عاطفی-شناختی با دانش‌آموز، یافته‌های پژوهش‌هایی را تأیید می‌کند که نشان می‌دهند احساس امنیت روانی، تعلق و حمایت هیجانی، پیش‌شرط درگیری شناختی و تفکر ریاضی عمیق است (Hannula et al., 2018; Moscardini, 2014). بنابراین، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که حتی در صورت وجود برنامه درسی مناسب و منابع آموزشی کافی، فقدان این شرایط واسطه‌ای می‌تواند اثربخشی راهبردهای آموزشی را به‌شدت کاهش دهد.

در بخش راهبردها، یافته‌ها نشان داد که آموزش مسئله‌محور، فعال‌سازی تفکر استدلالی، گفت‌وگوی ریاضی هدایت‌شده، استفاده از بازنمایی‌های چندگانه، پرسش‌گری راهبردی، یادگیری مبتنی بر خطا و طراحی موقعیت‌های یادگیری باز، از مهم‌ترین کنش‌های آموزشی برای پرورش تفکر ریاضی هستند. این یافته‌ها با بدنه گسترده‌ای از پژوهش‌ها همسو است که نشان می‌دهند مسائل غیرروتین و باز، فرصت‌های بیشتری برای استدلال، تعمیم و انعطاف‌پذیری شناختی فراهم می‌کنند (Harel & Larry, 2005; Stupel & Ben-Chaim, 2017). همچنین، نقش گفت‌وگوی ریاضی و پرسش‌گری راهبردی در آشکارسازی و تعمیق تفکر دانش‌آموزان، با نتایج پژوهش‌هایی همخوان است که بر اهمیت تعامل زبانی و اجتماعی در یادگیری ریاضی تأکید دارند (Schoenfeld, 2017; Selden & Selden, 2005). تأکید این پژوهش بر یادگیری مبتنی بر خطا نیز با دیدگاه‌هایی همسو است که خطا را نه مانع، بلکه منبعی برای یادگیری و تفکر عمیق‌تر می‌دانند (Dreyfus & Eisenberg, 2012; Moscardini, 2014).

یافته‌های مربوط به پیامدها نشان داد که پرورش تفکر ریاضی پیامدهایی چندسطحی در ابعاد شناختی-ذهنی، تحصیلی-آموزشی، روان‌شناختی-عاطفی، اجتماعی-زندگی و بلندمدت دارد. ارتقای استدلال منطقی، انعطاف‌پذیری شناختی و توان حل مسائل نوظهور، با نتایج پژوهش‌هایی همسو است که نقش تفکر ریاضی را در یادگیری عمیق و انتقال دانش برجسته کرده‌اند (Morsanyi et al., 2018; Nufus et al., 2024). پیامدهای عاطفی مانند افزایش اعتمادبه‌نفس و کاهش اضطراب ریاضی نیز با مطالعاتی همخوان است که نشان می‌دهند تجربه موفق تفکر و حل مسئله، نگرش مثبت‌تری نسبت به ریاضیات ایجاد می‌کند (Er et al., 2023; Hannula, 2011). در سطح اجتماعی و بلندمدت، یافته‌های پژوهش حاضر با دیدگاه‌هایی همسو است که تفکر ریاضی را زیربنای مشارکت آگاهانه در جامعه داده‌محور و مواجهه نقادانه با فناوری‌های نوین می‌دانند (Panit, 2025; Wang & Abdullah, 2024; Wu & Yang, 2022).

در مجموع، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که پرورش تفکر ریاضی در دوره ابتدایی مستلزم نگاهی کل‌نگر و نظام‌مند است؛ نگاهی که از تمرکز صرف بر روش تدریس فراتر رفته و به تعامل پیچیده میان معلم، دانش‌آموز، برنامه درسی، فرهنگ مدرسه، خانواده و فناوری توجه می‌کند. این یافته‌ها با مرورهای نظام‌مند پیشین همخوان است که بر ضرورت عبور از مداخلات تک‌بعدی و حرکت به سوی چارچوب‌های یکپارچه تأکید داشته‌اند (Abidin et al., 2025; Goos & Kaya, 2020; Moher et al., 2009; Petticrew & Roberts, 2008). از این رو، مدل مفهومی استخراج‌شده در این پژوهش می‌تواند به‌عنوان چارچوبی تحلیلی برای فهم بهتر فرایند پرورش تفکر ریاضی و طراحی مداخلات آموزشی مؤثر مورد استفاده قرار گیرد (Al-Barakat et al., 2025; AlAli et al., 2023; Monteleone et al., 2023; Torres-Peña et al., 2025).

یکی از محدودیت‌های اصلی این پژوهش، ماهیت کیفی و مبتنی بر نمونه‌گیری هدفمند آن است که تعمیم‌پذیری یافته‌ها به سایر بافت‌های آموزشی را با احتیاط همراه می‌سازد. همچنین، داده‌ها بر اساس دیدگاه‌های خبرگان و معلمان گردآوری شده و تجربه زیسته مستقیم دانش‌آموزان به‌طور مستقیم مورد بررسی قرار نگرفته است. محدودیت دیگر، تمرکز پژوهش بر یک بستر فرهنگی-آموزشی خاص است که ممکن است برخی مؤلفه‌های شناسایی‌شده را وابسته به زمینه کند.

پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آینده با بهره‌گیری از روش‌های ترکیبی، مدل مفهومی ارائه‌شده را در نمونه‌های بزرگ‌تر و با ابزارهای کمی اعتبارسنجی کنند. همچنین، بررسی دیدگاه و تجربه زیسته دانش‌آموزان و والدین می‌تواند به غنای مدل کمک کند. انجام مطالعات مداخله‌ای برای آزمون عملی راهبردهای پیشنهادی در کلاس‌های درس واقعی و بررسی پیامدهای بلندمدت آن‌ها نیز از دیگر مسیرهای پژوهشی مهم به‌شمار می‌رود.

در سطح عمل آموزشی، لازم است برنامه‌های درسی و دوره‌های تربیت معلم بر توسعه تفکر ریاضی به‌عنوان هدفی محوری تمرکز کنند. فراهم‌سازی فضای امن، گفت‌وگو محور و مسئله‌محور در کلاس درس، بازنگری در نظام‌های ارزشیابی و تقویت تعامل مدرسه و خانواده می‌تواند به تحقق محیط‌های یادگیری تفکر محور کمک کند. همچنین، حمایت نهادی از معلمان برای بازاندیشی تدریس و استفاده خلاقانه از فناوری، گامی اساسی در جهت پرورش پایدار تفکر ریاضی در دوره ابتدایی است.

موازین اخلاقی

در این پژوهش ملاحظات اخلاقی رعایت شد.

تشکر و قدردانی

از تمام افرادی که امکان انجام پژوهش حاضر را فراهم کردند، تقدیر و تشکر می‌شود.

مشارکت نویسندگان

نویسندگان این مطالعه با هم مشارکت فعال داشتند.

Reference

- Abidin, Z., Herman, T., Wahyudin, W., & Farokhah, L. (2025). Bibliometric analysis using VOSviewer with Publish or Perish of computational thinking and mathematical thinking in elementary school. *Journal of Educational Research and Practice*, 4(1). <https://ejournal.bumipublikasinusantara.id/index.php/ajsed/article/view/500>
- Al-Barakat, A. A., El-Mneizel, A. F., Al-Qatawneh, S. S., AlAli, R. M., Aboud, Y. Z., & Ibrahim, N. A. H. (2025). Investigating the role of digital game applications in enhancing mathematical thinking skills in primary school mathematics students. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 8(1). https://www.researchgate.net/publication/389008711_Investigating_the_Role_of_Digital_Game_Applications_in_Enhancing_Mathematical_Thinking_Skills_in_Primary_School_Mathematics_Students
- AlAli, R., Wardat, Y., & Al-Qahtani, M. (2023). SWOM strategy and influence of its using on developing mathematical thinking skills and on metacognitive thinking among gifted tenth-grade students. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, 19(3), em2238. <https://doi.org/10.29333/ejmste/12994>
- Bermejo, V., Ester, P., & Morales, I. (2021). How the language of instruction influences mathematical thinking development in the first years of bilingual schoolers. *Frontiers in psychology*, 12, 533141. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.533141>
- Bobis, J., Clarke, B., Clarke, D., Thomas, G., Wright, B., Young-Loveridge, J., & Gould, P. (2005). Supporting teachers in the development of young children's mathematical thinking: Three large scale cases. *Mathematics Education Research Journal*, 16, 27-57. <https://doi.org/10.1007/BF03217400>
- Calao, L. A., Moreno-León, J., Correa, H. E., & Robles, G. (2015). Developing mathematical thinking with Scratch: An experiment with 6th grade students. In *Design for Teaching and Learning in a Networked World: 10th European Conference on Technology Enhanced Learning, EC-TEL 2015, Proceedings* (Vol. 10, pp. 17-27). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24258-3_2
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (2012). On different facets of mathematical thinking. In *The nature of mathematical thinking* (pp. 253-284). Routledge. <https://www.taylorfrancis.com/chapters/edit/10.4324/9780203053270-14/different-facets-mathematical-thinking-tommy-dreyfus-theodore-eisenberg>
- Er, Z., Artut, P. D., & Bal, A. P. (2023). Developing the mathematical thinking scale for gifted students. *Pegep Journal of Education and Instruction*, 13(3), 215-227. <https://doi.org/10.47750/pegegog.13.03.23>
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M. L. (2018). Mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: caracterización, desarrollo y contextos. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, 13, 39-61. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.229>
- Fouze, A. Q., & Amit, M. (2017). Development of mathematical thinking through integration of ethnomathematic folklore game in math instruction. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, 14(2), 617-630. <https://doi.org/10.12973/ejmste/80626>
- Fyfe, E. R., Matz, L. E., Hunt, K. M., & Alibali, M. W. (2019). Mathematical thinking in children with developmental language disorder: The roles of pattern skills and verbal working memory. *Journal of Communication Disorders*, 77, 17-30. <https://doi.org/10.1016/j.jcomdis.2018.11.001>
- Goos, M., & Kaya, S. (2020). Understanding and promoting students' mathematical thinking: a review of research published in ESM. *Educational Studies in Mathematics*, 103(1), 7-25. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09921-7>
- Hannula, M. S. (2011). The structure and dynamics of affect in mathematical thinking and learning. In *Cerme 7* (pp. 34-60). University of Rzeszów. <https://researchportal.helsinki.fi/en/publications/the-structure-and-dynamics-of-affect-in-mathematical-thinking-and/>
- Hannula, M. S., Pantziara, M., & Di Martino, P. (2018). Affect and mathematical thinking: Exploring developments, trends, and future directions. In *Developing Research in Mathematics Education* (pp. 128-141). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315113562-11>
- Harel, G., & Larry, S. (2005). Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 27-50. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_3
- Jacobs, V. R., Empson, S. B., Jessup, N. A., Dunning, A., Pynes, D., Krause, G., & Franke, T. M. (2024). Profiles of teachers' expertise in professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27(2), 295-324. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09558-z>

- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Uberti, H. Z. (2003). Mathematical thinking and learning difficulties. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 359-383). Lawrence Erlbaum Associates Publishers. <https://psycnet.apa.org/record/2003-04942-013>
- Kargar, M., Tarmizi, R. A., & Bayat, S. (2010). Relationship between mathematical thinking, mathematics anxiety and mathematics attitudes among university students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 537-542. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.074>
- Kooloos, C., Oolbekink-Marchand, H., van Boven, S., Kaenders, R., & Heckman, G. (2022). Making sense of student mathematical thinking: The role of teacher mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 503-524. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10124-2>
- McDonough, A., Clarke, B., & Clarke, D. M. (2002). Understanding, assessing and developing children's mathematical thinking: the power of a one-to-one interview for preservice teachers in providing insights into appropriate pedagogical practices. *International Journal of Educational Research*, 37(2), 211-226. [https://doi.org/10.1016/S0883-0355\(02\)00061-7](https://doi.org/10.1016/S0883-0355(02)00061-7)
- Miller, J. (2019). STEM education in the primary years to support mathematical thinking: Using coding to identify mathematical structures and patterns. *ZDM*, 51(6), 915-927. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01096-y>
- Miyakawa, Y., Kamii, C., & Nagahiro, M. (2005). The Development of Logico-Mathematical Thinking at Ages 1-3 in Play With Blocks and an Incline. *Journal of Research in Childhood Education*, 19(4), 292-301. <https://doi.org/10.1080/02568540509595072>
- Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D. G., & Group, P. (2009). Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: The PRISMA statement. *PLOS Medicine*, 6(7), e1000097. <https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097>
- Monteleone, C., Miller, J., & Warren, E. (2023). Conceptualising critical mathematical thinking in young students. *Mathematics Education Research Journal*, 35(2), 339-359. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00445-1>
- Morsanyi, K., Prado, J., & Richland, L. E. (2018). Editorial: The role of reasoning in mathematical thinking. *Thinking & Reasoning*, 24(2), 129-137. <https://doi.org/10.1080/13546783.2018.1435425>
- Moscardini, L. (2014). Developing equitable elementary mathematics classrooms through teachers learning about children's mathematical thinking: Cognitively Guided Instruction as an inclusive pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 43, 69-79. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.06.003>
- Northcote, M., & McIntosh, A. (2019). What mathematics do adults really do in everyday life? *Australian Primary Mathematics Classroom*, 4(1), 19. https://www.researchgate.net/publication/234579463_What_Mathematics_Do_Adults_Really_Do_in_Everyday_Life
- Nufus, H., Muhandaz, R., Hasanuddin, Nurdin, E., Ariawan, R., Fineldi, R. J., Hayati, I. R., & Situmorang, D. D. B. (2024). Analyzing the students' mathematical creative thinking ability in terms of self-regulated learning: How do we find what we are looking for? *Heliyon*, 10(3), e24871. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24871>
- Panit, N. M. (2025). Can Critical Thinking and AI Work Together? Observations of Science, Mathematics, and Language Instructors. *Environment and Social Psychology*, 9(11). <https://doi.org/10.59429/esp.v9i11.3141>
- Petticrew, M., & Roberts, H. (2008). *Systematic Reviews in the Social Sciences: A Practical Guide*. John Wiley & Sons. https://books.google.com/books/about/Systematic_Reviews_in_the_Social_Science.html?id=ZwZ1_xU3E80C
- Schoenfeld, A. H. (2017). Uses of video in understanding and improving mathematical thinking and teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(5), 415-432. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9381-3>
- Selden, A., & Selden, J. (2005). Perspectives on Advanced Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(1), 1-13. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0701_1
- Soboleva, E. V., Chirkina, S. E., Kalugina, O. A., Shvetsov, M. Y., Kazinets, V. A., & Pokaninova, E. B. (2020). Didactic potential of using mobile technologies in the development of mathematical thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, science and technology education*, 16(5), em1842. <https://doi.org/10.29333/ejmste/118214>
- Stupel, M., & Ben-Chaim, D. (2017). Using multiple solutions to mathematical problems to develop pedagogical and mathematical thinking: A case study in a teacher education program. *Investigations in Mathematics Learning*, 9(2), 86-108. <https://doi.org/10.1080/19477503.2017.1283179>
- Torres-Peña, R. C., Peña-González, D., & Ariza-Echeverri, E. A. (2025). Mathematical thinking in preschool: Strengthening seriation and counting through problem solving. *International Journal of Early Childhood*. <https://doi.org/10.1007/s13158-024-00402-4>
- Van Oers, B. (2024). The Development of Mathematical Thinking in Young Children's Play: The Role of Communicative Tools. In H. Palmér, C. Björklund, E. Reikerås, & J. Elofsson (Eds.), *Teaching Mathematics as to be Meaningful - Foregrounding Play and Children's Perspectives*. Springer, Cham. https://www.researchgate.net/publication/374258714_The_Development_of_Mathematical_Thinking_in_Young_Children's_Play_The_Role_of_Communicative_Tools
- Wang, Q., & Abdullah, A. H. (2024). Enhancing students' critical thinking through mathematics in higher education: A systemic review. *Sage Open*, 14(1), 21582440241275651. <https://doi.org/10.1177/21582440241275651>

Wu, W. R., & Yang, K. L. (2022). The relationships between computational and mathematical thinking: A review study on tasks. *Cogent Education*, 9(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2022.2098929>